

ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO DI ORDINAMENTO • 2001
Sessione ordinaria

- 1** Indicata con $f(x)$ una funzione reale di variabile reale, si sa che $f(x) \rightarrow l$ per $x \rightarrow a$, essendo l ed a numeri reali. Dire se ciò è sufficiente per concludere che $f(a) = l$ e fornire un'esauriente spiegazione della risposta.

SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME
CORSO DI ORDINAMENTO • 2001
Sessione ordinaria

1 Se esiste finito il limite $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$, ciò è insufficiente per affermare che l'immagine della funzione nel punto $x = a$ vale $f(a) = l$. Infatti, nelle ipotesi, non è noto che il punto a appartenga al dominio della funzione. Tale punto potrebbe essere soltanto un punto di accumulazione del dominio.

È il caso, per esempio, della funzione $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$. Essa non è definita nel punto $x = 2$ ma esiste il limite $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x + 2) = 4$. Il punto in questione è di discontinuità di terza specie.

Diversamente, qualora il valore appartenga al dominio della funzione f , può essere che $f(a) \neq l$.

Per esempio, la funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2} & \text{se } x \neq 2 \\ 1 & \text{se } x = 2 \end{cases}$ ammette limite $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$ ma ciò è diverso dall'imma-

gine $f(2) = 1$.

Si tratta ancora di un punto di discontinuità di terza specie.